

# 数学リテラシー科目の開発と実践： 共通教育としての取り組み

新潟大学 五島讓司

# 内容

## ○開発

- 経緯
- 目標、内容

## ○実践

- 事例
- 重点
- 考察

# 開発の経緯

- 数学に関わる科目を開発する

ただし、共通教育科目として…

→ 数学的に高度なものは難しい

→ 将来どのような分野に進んでも必要な(あるいは役に立つような)内容にしたい

→ 数学についてのさまざまな面や関わりをみせる

# 現状は・・・

- 高度情報化社会、知識基盤社会の進展  
（専門家ではなくても）数学を必要とする場面の一層の増加

- 数学学習暦の多様化

文系・理系の早期選択、学びからの「逃避」、狭い数学観

→両者のギャップを少しでも縮める

数学に対する見方・考え方を見つめ直し、数学の学習者から数学のユーザへのスタンスの転換を図る

# 授業の目標（大目標と小目標）

## ＜大目標＞

- 問題の数学的な属性を分析し、本質や構造を理解する力を養う

## ＜小目標＞

- 数学的な問題を構造的に分析することができる
- 数学についての哲学を踏まえた基礎的な考察ができる
- 初歩の統計的知識を用いてデータの基礎的な解析ができる
- 身の回りの事柄や社会的な事象を数量化して考察することができる

# 小目標と授業のテーマ

- 数学的な問題を構造的に分析することができる  
⇔「問題を分析する」
- 数学についての哲学を踏まえた基礎的な考察ができる  
⇔「数学を哲学する」
- 初歩の統計的知識を用いてデータの基礎的な解析ができる  
⇔「データを解析する」
- 身の回りの事柄や社会的な事象を数量化して考察することができる  
⇔「数学を活用する」

# サブテーマ(内容):問題を分析する

## <導入>

- 数学における文字(式)の役割(数当てゲーム) ★事例1

## <本題>

- 算数と数学の狭間(つるかめ算と連立方程式)
- 数学的性質の確認から発見へ(道順の数え方)
- 作問の意図を考えてみる(計算の工夫) ★事例2

# サブテーマ(内容): 数学を哲学する

## <導入>

- あえて理由を考えてみる(算数・数学のルール)

## <本題>

- 日常に潜む非日常(パラドックスと無限級数)
- 無限をどう捉えるか(数学の哲学における立場)



# サブテーマ(内容): データを解析する

## <導入>

- 全体をよく捉えよう(平均値、中央値、最頻値)

## <本題>

- 散らばりや要素間の関係を見る(分散、相関係数)
- 便利な道具の落とし穴(解析結果の振り返り) ★事例3

# サブテーマ(内容): 数学を活用する

## <導入>

- 現実場面の問題を解決する(式やグラフを使う)

## <本題>

- 直感に惑わされない!(部分と全体、確率) ★事例4
- 条件を変えて考察する(条件付き確率)

# ★事例1

数学における文字(式)の役割(数当てゲーム)

# 例題 1

以下の手順で暗算をしてもらいます。

- (1) あなたの生まれた月を 2 倍します。そして 3 を足してください。
- (2) それに 50 を掛けましょう。
- (3) その数に 215 を加えてください。
- (4) 最後に自分の年齢を足してください。

→その人の生まれた月と年齢を当てます。

問；仕掛けが分かりますか。説明してみましよう。

# 練習1

今度は、誕生日を当てる方法を考えてみましょう。  
例えば、以下のような手順を考えたとき、□にどんな数字を入れるとうまくいくでしょうか。また、そのとき、どのような計算をすれば誕生日を当てられますか。

- (1) 誕生月に4を掛けます。
- (2) それに9を足します。
- (3) その答えに□を掛けます。
- (4) 最後に誕生日を足します。

→その人の誕生日を当てます。

# 問題1

例題1と練習1を通して、この種の数当ての仕掛けに共通することはありますか？

# 例題2

- 下の4枚のカードを使います。

1	3	5	7
9	11	13	15

2	3	6	7
10	11	14	15

4	5	6	7
12	13	14	15

8	9	10	11
12	13	14	15

- (1)相手に1から15までの整数の中から好きな数を1つ思い浮かべてもらいます。
  - (2)これらの4枚のカードを1枚ずつ相手に見せて、思い浮かべた数が入っているかどうかを聞いていきます。
- 4枚目のカードまで見せ終わるとすぐに、相手が思い浮かべた数を当てます。

## 問題2

例題 2 の仕掛けが分かりますか。



## ★事例2

作問の意図を考えてみる(計算の工夫)

# 例題7

次の計算をできるだけ工夫して行ってみましょう。

$$1989 \times 1989 - 1988 \times 1990$$

この問題の着想(この式が導き出されるもとになった事項)は何だと思いますか？

# 練習5

次の計算をできるだけ工夫して行ってみましょう。

$$6 \times 6 \times 3.14 \times 25 - 2 \times 2 \times 3.14 \times 25$$

この問題の着想を考え、場面を設定してみましょう。

(この式が導き出される問題を作ってみましょう)

# 問題6

今回取り組んだ例題や練習を参考にして、計算の工夫に係わる簡単な問題を作ってみましょう。手順としては、まず着想(題材となる事項)を書き、その式が導き出されるような問題を書いて(場面を設定して)ください。

(内容は計算の工夫に係わるものであれば、何でもかまいません。)

例:[題材] 因数分解  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$   
[導き出させたい式]  $65^2 - 35^2 = (65 + 35)(65 - 35)$   
[問題文] ……  
[解答] ……

# ★事例3

便利な道具の落とし穴（解析結果の振り返り）

# 問題15

自分でデータを分析してみましよう。データは探してきたものを使って構いません。以下のいずれか(複数可)を使って分析してください。

平均、中央値、最頻値、分散、標準偏差、相関係数

→「分析の目的」、「使ったデータ」、「分析方法」、「分析結果」を簡単に記載した上で、学務情報システムの授業フォーラムに提出してください。

【締め切り】5月15日(月) 23:59

# グループワーク①

- 自分の分析内容を確認します。
- いつものグループ(班)になります。
- 一人ずつ、自分の分析内容を説明しましょう。他のメンバーは分からない点や疑問点などを質問します。また、よいと思った点や改善した方がよいと思う点があれば指摘しましょう。
- これを順に行いましょう。
- 自分の分析内容について整理します。

## グループワーク②

- 近いテーマ毎にグループを再編成します。
- 一人ずつ、自分の分析内容を説明しましょう。他のメンバーは、よい点や改善した方がよいと思う点があれば指摘しましょう。分からない点や疑問点などあれば質問しましょう。



# グループ編成

以下のテーマ毎に編成します(2~4名)。

- 経済①(4名)
- 経済②~④(各3名)
- 健康・スポーツ(4名)
- 社会(3名)
- 理科(2名)

# 問題16

朝食を毎日食べ、就寝の時刻も一定した層ほど小6、中3とも平均正答率が高いという結果が出ました。このことから、規則正しい生活習慣が成績の向上につながっているという報道がありました。

(『正しい生活 成績向上の道 日本経済新聞 2008-10-13』)

「朝食を毎日食べている層はまったく食べない層に比べ中3国語(基礎問題)の正答率で12.6ポイント、数学(同)では20.8ポイントの差があった。就寝についても毎日同じくらいの時刻に就寝している層の正答率はまったくしていない層より全科目で7.5～16.5ポイント上回った。」(前出の記事より)

# ★事例4

直感に惑わされない！（部分と全体、確率）

## 例題26

胃のX線検査では、胃がんがある人の90%ほどが「陽性(疑いあり)」になります。一方で、がんがない人のおよそ10%が「陽性」と判定されます。もしあなたが「陽性」と判定された場合、本当にがんである可能性はどのくらいあるでしょうか。その理由も考えてください。

## 例題27

- 40歳の女性のうち、定期的な検診を受ける人の1%は乳がんにかかっています。乳がんの女性の80%はマンモグラフィで陽性を示しますが、乳がんではない女性の10%も、マンモグラフィで陽性を示します。
- さて、この年齢グループに属するある女性が定期検診のマンモグラフィで陽性と判定されました。この人が本当に乳がんである可能性はどれくらいでしょうか。

# 問題19

両親や知人がこれらの検診を受けて陽性と判定された場合は、どのように声をかけてあげますか？

# 重点① 学びの動機づけ

- 数学観を刺激する(まずは問題を解いてみる、粘り強く考える)

## ＜教材開発の視点＞

- 問題自体が面白そうなもの
- 以前に習ったことがあるような比較的単純な数学の問題でも考察を進めることで何かしらの発見があるもの
- 文脈(問題設定)が学生にとって身近で(リアルで)答えを求めることに意味が見出しやすいもの

など

## 重点② 問いを深める

- 問題を解いてからはじまる(解いて終わりにしない)

### <教材開発の視点>

- 違う問題であってもそれらの間に共通性がみられるもの
- (同じ問題を)何通りかの方法で解いてそれらの解法間の関連性を探ることができるもの
- 例題を参考にして問題を幾通り作れるようなもの  
など



## 重点③ 概念の具象化

- 概念を考察の対象にする(手続きの習得だけに終わらせない)  
→問題の構造的把握、概念の活用へ  
(手続き的知識と概念的知識を整理する)

### <授業開発の視点>

- 問題の背景(解決の際に用いられる数学的事項)を認識する
- 数学的概念の使い方(使われ方)を吟味する  
など

## 重点④ 思考の柔軟性

- 質的な差異を意識する(多様な見方・考え方を会得する)  
→批判的な思考、「量」から「質」の多様性へ

### ＜授業開発の視点＞

- 他者の考えを知り、自分の考えとの違いに気づく
- さまざまな解釈を比較検討し、よりよい解釈について考える
- 自分の考えについて振り返り、改善点を見出す  
など

## 重点⑤ コミュニケーション

- 自分の考察を相対化する(数学言語と日常言語、思考を往還する)  
→対話による学び、「共同」や「協同」から「協働」へ

### <授業開発の視点>

- 図/表/式などの数学的な表現と、それらを使わない日常的な表現を対比する
- 自分の考えを説明し、他者の考えを受容する
- 自分の特性を活かしつつ他者と協調し、事態の進展をめざすなど

# 数学リテラシー教育としてのポイント①

- 問題解決のためのリソース(内容) : \* \* を使えば、問題が解ける、よく分かる
- 数学的な知識や概念を用いて問題を解く
- 数学的に表現することで事象を簡潔に表現する

→ある程度習熟することも大切だが、所謂「テクニック」の練習だけでは十分ではない

# 数学リテラシー教育としてのポイント②

- 問題解決のための思考(手段):問題をよりよく掴む、より深く考える
- 数学的な思考を用いて問題を考える(一般化、具体化、類推、帰納、演繹など)
- 純粹に数学的な問題だけではなく、種々の制約条件も考慮に入れる必要のある現実世界の問題を解決する、得られた結果を検証する、よりよい解や考え方がないか検討する

→問題解決の道具としては、リソース(の習熟・活用)だけではなく、数学的思考の活用も意識したい

# 受講状況

- 計30名が受講

## <内訳(学部別)>

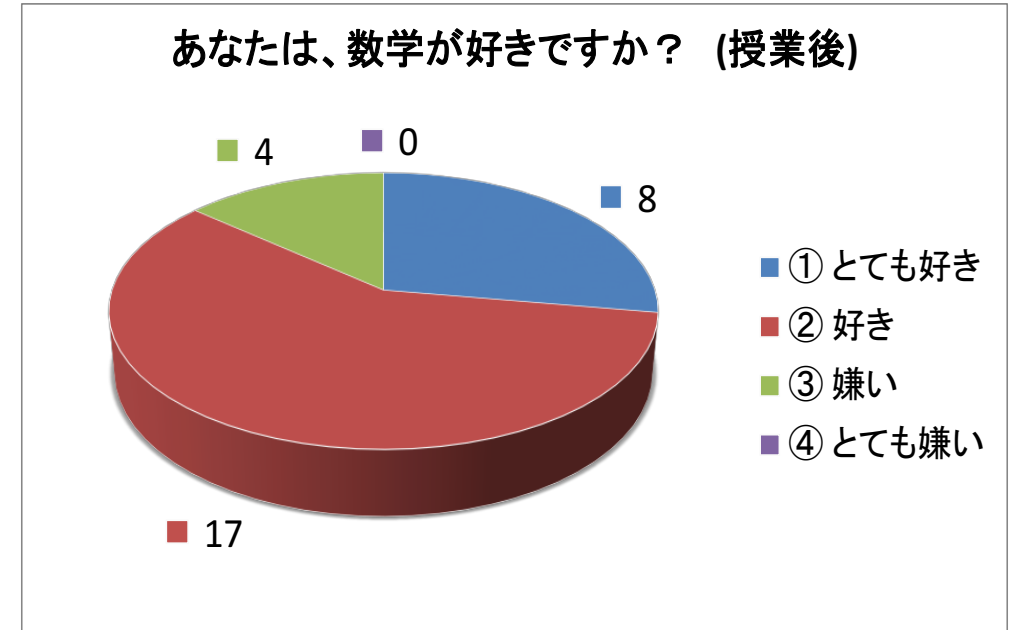
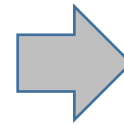
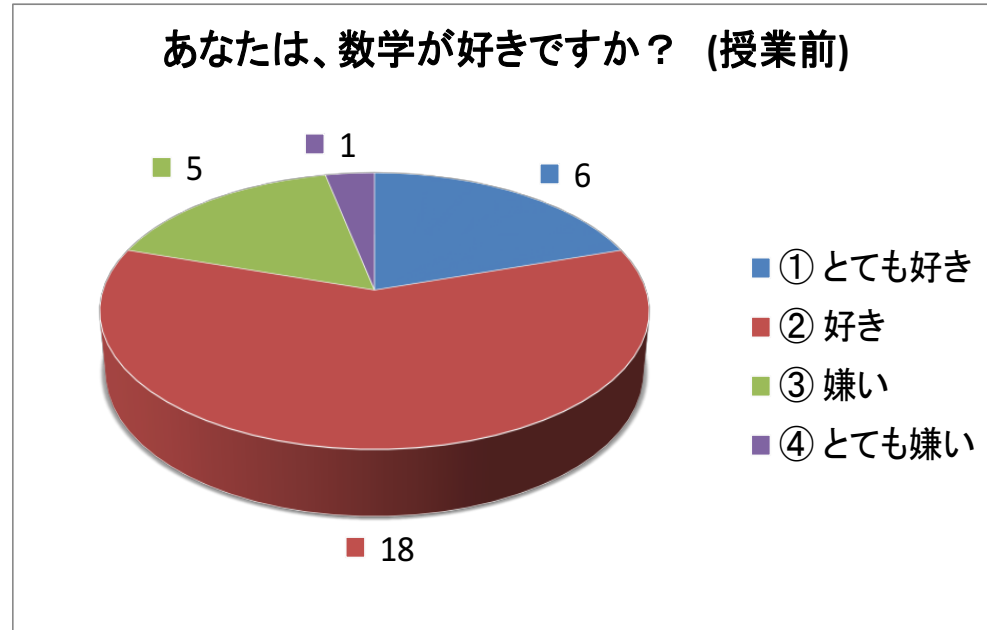
教育:11名、理:8名、  
医:1名、工:5名、  
農:2名、創生:3名

## <内訳(学年別)>

1年:14名、2年:9名、  
3年:5名、4年:2名

学生所属	1年	2年	3年	4年	合計
教育学部学校教員養成課程	4	2	3	1	10
教育学部健康スポーツ科学課程	0	0	0	1	1
理学部数学科	0	1	1	0	2
理学部物理学科	0	2	0	0	2
理学部化学科	0	2	0	0	2
理学部理学科	2	0	0	0	2
医学部医学科	1	0	0	0	1
工学部電気電子工学科	0	0	1	0	1
工学部化学システム工学科	0	2	0	0	2
工学部工学科力学分野	1	0	0	0	1
工学部工学科建築分野	1	0	0	0	1
農学部農学科	2	0	0	0	2
創生学部創生学修課程	3	0	0	0	3
合計	14	9	5	2	30

# 受講前後の変化（数学に対する好き嫌い）



- 「とても好き」が2名増、「嫌い」「とても嫌い」が1名ずつ減
- 好転した学生が8名、悪化した学生が3名

# 好き嫌いの変化、理由（学生コメント抜粋）

<「好き」→「とても好き」>（4名）

- 今まで数学は解くだけのことだったけど、授業でより細かい部分まで学べて興味をもてたから。（教育 学校教育1年）
- この授業を通して以前よりも数学の奥深さに触れられたように感じたから。（理 理学科1年）

<「嫌い」→「好き」>（2名）

- 数学はただ式に数字をあてはめるというものではなく、題意を考え、情報を正しく読み取ることが大切だと感じたため。（教育 教科教育国語4年）

<「嫌い」→「どちらでもない」>（1名）

- 楽しいと思えた瞬間があったから → 哲学おもしろかったです！！ 嫌いとは言えないかなと思いました（教育 教科教育社会2年）



# 好き嫌いの変化、理由（学生コメント）

<「好き」→「嫌い」>（1名）

- 全っっっ、、、然解けなくて私は数学の才能がないんだなあ、、、と  
思い、悲しくなりました。（教育 学校教育1年）

<「とても好き」→「好き」>（2名）

- 様々な問題を考えることが楽しかったから（理 物理2年）
- ・多面性をもっていた ・頭を使える楽しさ（理 理学科1年）

# 実践してみても(可能性)

- 問題の解法の検討やデータ分析のプロセスの吟味、問題作りなどの活動において多様な解釈が出されており、学生同士の学びあいの有効性が示唆されるコメントが複数みられた
  - 数学的コミュニケーションが数学的リソース(とくに既習の数学的知識や方略)の想起や再確認を促し、問題に対する様々な見方・考え方の獲得に役立ち、結果として数学観の変容(や揺さぶり)に寄与している可能性がある

# 実践してみても(可能性)

- 一方で、課題(レポート)や期末試験の答案をみると、問題の解決(解答に至るプロセス)だけでなく、数学的表現や概念理解の面でも概ね達成できている

→既習事項を課題ベースで取り扱い、自分なりに「棚卸し」することを繰り返すことで、日常生活や社会生活上の問題を解決する/考える際に数学を適切に(有効に)活用しようとする習慣や態度が(少しずつではあっても)身に付いていく可能性がある

# 課題

- 題材のさらなる開発・拡充、実践の継続
- 評価方法の開発・精緻化
- 既習事項の習熟が不十分あるいは未修得の場合への対応